La sostenibilità debole: la regola di Hartwick

Corso di ECONOMIA ECOLOGICA, prof. T.LUZZATI

November 11, 2013

Un'economia che si basa sull'uso di risorse naturali non rinnovabili sembra destinata a non essere sostenibile a meno che tali risorse non vengano via via sostituite da altri fattori produttivi. Nel 1977 J.M. Hartwick elabora un modello in cui esiste una regola di condotta capace di garantire indefinitamente un flusso costante di consumo procapite. La regola proposta consiste nell'accrescere il valore del capitale prodotto dall'uomo di un ammontare pari all'intero valore della rendita delle risorse non rinnovabili. Vediamo una dimostrazione del fatto che questa regola garantisce la sostenibilità del consumo.

Come di consueto, la notazione f_x indichi la derivata parziale, $f_x \equiv \frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$, mentre $\dot{g}$ la derivata rispetto al tempo, $\dot{g} \equiv \frac{dg(t)}{dt}$.

Si consideri un'economia nella quale viene prodotto un solo bene, Y, (per maggior realismo si può pensare ad un paniere composto da molti beni), mediante lavoro, L, capitale prodotto dall'uomo, K, e risorse non rinnovabili, R. Dato che l'obiettivo è in termini di invarianza nel tempo del consumo pro-capite, per semplicità si può considerare il caso di una popolazione constante e omettere tale variabile dal modello così da avere

$$Y\left(K(t), R(t)\right) \tag{1}$$

Il prodotto può venir consumato o accumulato sotto forma di capitale, per rinnovare il capitale deprezzatosi nel periodo e per accrescerlo, ovvero (omettendo da qui in avanti t)

$$Y(K,R) = C + \delta K + \dot{K} \tag{2}$$

Espressa in termini formali la regola di Hartwick prescrive che $P_Y \dot{K} = P_R R$, dove P_Y e $P_R$sono rispettivamente i prezzi del prodotto (che è anche consumo e capitale). Usando le lettere minuscole per indicare i prezzi relativi rispetto al prezzo del bene finale prodotto, possiamo riscrivere l'equazione2 come segue

$$C = Y(K,R) - \delta K - p_R R \tag{3}$$

Differenziando la 3 rispetto al tempo si ottiene

$$\dot{C} = Y_K \dot{K} + Y_R \dot{R} - \delta \dot{K} - \dot{p}_R R - p_R \dot{R} \tag{4}$$

ovvero

$$\dot{C} = \dot{K}(Y_K - \delta) + \dot{R}(Y_R - p_R) - \dot{p}_R R \tag{5}$$

Usando nuovamente la regola di Hartwick otteniamo

$$\dot{C} = p_R R(Y_K - \delta) + \dot{R}(Y_R - p_R) - \dot{p}_R R \tag{6}$$

Ricordando che, per la teoria economia neoclassica, il prezzo di un fattore produttivo deve eguagliare il valore del proprio prodotto marginale, ovvero che il prodotto marginale fisico deve eguagliare il prezzo relativo del fattore (v. NOTA 1), si ha $Y_K = i + \delta$, dove i è la remunerazione del fattore capitale (v. NOTA 1), e$Y_R = p_R$. Possiamo dunque riesprimere l'equazione 6come

$$\dot{C} = p_R R i - \dot{p}_R R \tag{7}$$

La regola di Hotelling (v. NOTA 2) dice che il prezzo della risorsa cresce allo stesso tasso del saggio di interesse

$$\frac{\dot{p_R}}{p_R} = i \tag{8}$$

di conseguenza l'equazione 7 diventa

$$\dot{C} = p_R R \frac{\dot{p}_R}{p_R} - \dot{p}_R R \tag{9}$$

ovvero quanto era da dimostrare

$$\dot{C} = 0 \tag{10}$$

Se dunque

(a) l'accrescimento del capitale costruito dall'uomo è pari all'intera rendita della risorsa non rinnovabile,

(b) se vale la regola di Hotelling,

(c) se i fattori sono retribuiti al valore delle loro produttività,

è possibile mantenere invariato nel tempo un certo flusso di consumo procapite, anche in assenza di progresso tecnologico che consenta di usare in modo più efficiente la risorsa non rinnovabile.

Ciò che garantisce la sostenibilità dei consumi è la sostituzione tra risorsa non rinnovabile e capitale prodotto dall'uomo. Siamo dunque nell'ambito della sostenibilità debole, ovvero in un'ottica che vede come largamente possibile sostituire capitale naturale e capitale artificiale. Benchè tale ipotesi sia poco realistica in gran parte dei casi, il lavoro di Hartwick offre uno spunto molto importante sull'utilizzo della rendita derivante dalle risorse non rinnovabili: è un "tesoro" che va messo da parte, che va convertito in capitale artificiale per garantire livelli adeguati di consumo anche alle generazioni future, resistendo alla tentazione - al contrario di quanto spesso accade nei paesi produttori - di usarlo per accrescere i consumi presenti.

——

NOTA 1: Ripasso di microeconomia

"L'impresa che massimizza il profitto domanda una quantità di fattori in modo che il prezzo di ciascuno di essi sia pari al valore del suo prodotto marginale."

Dimostrazione: il profitto delle imprese può essere scritto come:

$$\pi = P_Y Y(K,R) - \delta P_Y K - i P_Y K - P_R R \tag{11}$$

dove i è il tasso di interesse che misura il prezzo dei servizi del capitale, δ è il tasso di ammortamento, ovvero la quota di capitale che si usura in ciascun periodo.

Quando il profitto è massimo le derivate parziali rispetto a ciascun fattor produttivo devono essere pari a zero, ovvero,

$$Y_K - \delta - i = 0 \tag{12}$$

$$P_Y Y_R - P_R = 0 \tag{13}$$

Si ottengono così le consuete condizioni per la domanda di fattori da parte delle imprese: queste acquistano fattori produttivi fin al punto in cui il prezzo di ciascun fattore è pari al valore del proprio prodotto marginale.

NOTA 2: la regola di Hotelling

Hotelling ha mostrato come il prezzo di una risorsa (in assenza di costi marginali di estrazione) aumenti a un tasso pari al tasso di interesse. Per comprendere questa regola si consideri il caso di un proprietario di una risorsa non rinnovabile che deve decidere la quantità da offrire sul mercato. Vendendo un certo ammontare di risorsa oggi ottiene una somma che può essere investita ad un certo tasso di interesse,i; al tempo stesso rinuncia al futuro guadagno in conto capitale dovuto all'eventuale aumento del prezzo della risorsa rinnovabile. Ad un certo istante t, dato un certo prezzo p_R^trinvierà ogni vendita al futuro se si aspetta che il valore capitale aumenti ad un tasso maggiore del tasso di interesse, ovvero se

$$\frac{p_R^{E(t+1)} - p_R^t}{p_R^t} > i \tag{14}$$

dove $p_R^{E(t+1)}$ è il prezzo atteso al tempo $(t+1)$. Di fronte ad una aspettativa generale di questo tipo, vi sarà una forte domanda di acquisto della risorsa non rinnovabile che condurrà ad un immediato aumento dei prezzi, p_R^t, e, dunque, a una riduzione dei guadagni attesi in conto capitale tale da riportare in eguaglianza l'equazione14. Riscriviamo la regola di Hotelling nel continuo, ovvero

$$\frac{\dot{p_R}}{p_R} = i \tag{15}$$