

mento delle risorse esauribili si accompagna ad una continua sostituzione di tali risorse con capitale prodotto dall'uomo, sembra possibile che l'attività economica, ed in particolare il flusso di consumo pro capite, si sostenga indefinitamente.

Diciamo che un'economia è sostenibile anche in presenza di una continua riduzione dello stock delle risorse esauribili se il consumo pro capite rimane costante nel tempo. Questa definizione di sostenibilità è chiamata «debole» perché non implica alcun vincolo sul mantenimento dello stock di risorse ambientali, ma si limita soltanto a specificare che vengano mantenuti nel tempo il livello di prodotto e il livello di consumo.

Per poter garantire un consumo pro capite costante nel tempo in presenza di risorse esauribili il cui stock si riduce progressivamente, occorre garantire in ogni periodo un adeguato investimento in capitale prodotto dall'uomo. Questa idea è alla base della cosiddetta **regola di Hartwick**.

Per analizzare il significato di questa regola consideriamo un'economia nella quale il prodotto nazionale Y è una funzione dello stock di capitale prodotto dall'uomo K e del flusso estratto di risorse esauribili, R ; si ha cioè la seguente funzione di produzione:

$$[4.12] \quad Y = F(K, R)$$

In un'ottica di massimizzazione del profitto da parte delle imprese, in ogni periodo la risorsa verrà estratta e impiegata come fattore produttivo fino al punto in cui la produttività marginale della risorsa F_R è uguale al prezzo della risorsa stessa; perciò F_R si può considerare il prezzo della risorsa naturale esauribile.

D'altra parte in ogni periodo il capitale verrà impiegato fino al punto in cui la produttività marginale netta del capitale $F_K - \delta$, dove δ è il tasso di deprezzamento del capitale, è uguale al suo prezzo, ossia al tasso di interesse; perciò $F_K - \delta$ si può considerare il tasso di interesse.

La regola di Hotelling ci dice che, con costi marginali di estrazione della risorsa pari a zero, il prezzo della risorsa cresce al tasso di interesse. Indichiamo con \dot{x} la variazione assoluta nel tempo della generica variabile x nell'ipotesi che il tempo scorra in modo continuo e che perciò proceda secondo variazioni infinitesime.

Possiamo quindi scrivere la seguente implicazione della regola di Hotelling:

$$\frac{\dot{F}_R}{F_R} = F_K - \delta$$

da cui ricaviamo che:

$$[4.13] \quad \dot{F}_R = (F_K - \delta)F_R$$

Osserviamo inoltre che il prodotto nazionale lordo si ripartisce tra consumi C , investimenti netti, che costituiscono l'accumulazione di capitale riproducibile nel tempo e che perciò possiamo indicare con \dot{K} , e ammortamenti δK ; possiamo quindi scrivere:

$$[4.14] \quad C + \dot{K} + \delta K = F(K, R)$$

La regola di Hartwick afferma che, se si investe in capitale riproducibile l'intero valore delle rendite della risorsa $F_R R$, allora il consumo rimane costante nel tempo e l'economia è sostenibile.

Per mostrarlo osserviamo innanzitutto che, per la regola di Hartwick:

$$[4.15] \quad \dot{K} = F_R R$$

Sostituendo la [4.15] nella [4.14] abbiamo:

$$[4.16] \quad C + F_R R + \delta K = F(K, R)$$

Differenziando la [4.16] rispetto al tempo, otteniamo:

$$[4.17] \quad \dot{F}_R R + \dot{C} + \dot{F}_R R = (F_K - \delta)\dot{K} + F_{RR} \dot{R}$$

Sostituendo la [4.13], ossia la regola di Hotelling, nel lato sinistro della [4.17] e la [4.15], ossia la regola di Hartwick, nel lato destro della [4.17] si ha:

$$[4.18] \quad \dot{C} + (F_K - \delta)F_R R = (F_K - \delta)F_R R \rightarrow \dot{C} = 0$$

La [4.18] conferma che, se vale la regola di Hartwick, il consumo può rimanere costante nel tempo; più precisamente, se l'intera rendita di estra-