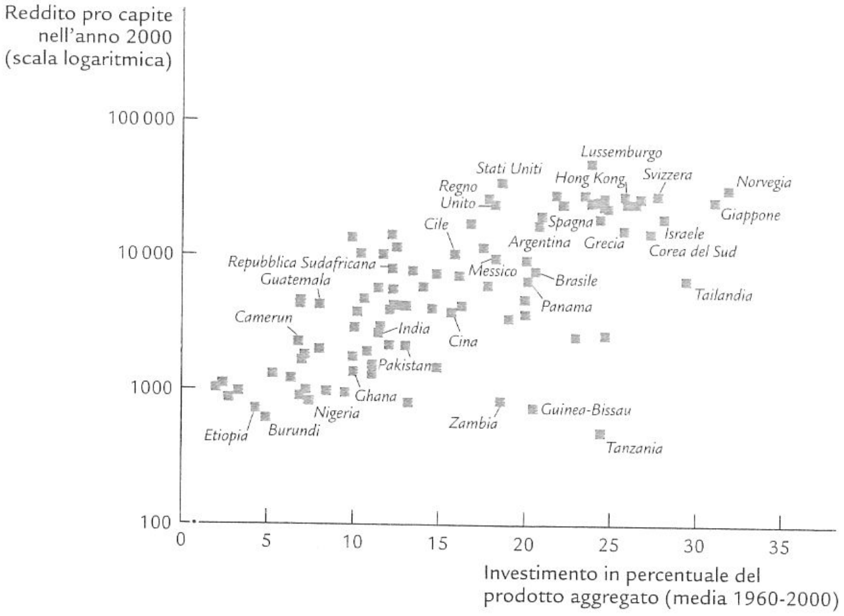


Fonte: Alan Heston, Robert Summers, Bettina Aten, Penn World Table Version 6.1, Center for International Comparisons at the University of Pennsylvania (CICUP), ottobre 2002.

FIGURA 7.6

Tasso di investimento e reddito pro capite: dati internazionali Questo diagramma a dispersione descrive l'esperienza di 96 paesi, ciascuno dei quali è rappresentato da un punto. Sull'asse delle ascisse si misura il rapporto tra l'investimento e il prodotto aggregato di ciascun paese; sull'asse delle ordinate il reddito pro capite. Un investimento elevato è tipicamente associato a un elevato reddito pro capite, come prevede il modello di Solow.

raccolti dati relativi a 96 paesi, cioè la maggior parte delle economie mondiali, con l'esclusione dei maggiori paesi produttori di petrolio e dei paesi che, nel periodo considerato, erano governati da un regime comunista, perché le loro condizioni erano determinate da circostanze peculiari. I dati mostrano con evidenza una correlazione positiva tra la quota di reddito dedicata al risparmio e il livello del reddito pro capite. I paesi con un saggio di risparmio/investimento elevato, come il Regno Unito, gli Stati Uniti o il Giappone, hanno tipicamente un reddito pro capite superiore a quello di paesi con un saggio di risparmio/investimento più basso, come Etiopia e Burundi. Dunque, i dati empirici sono coerenti con le previsioni del modello di Solow, secondo cui i saggi di risparmio e di investimento sono determinanti fondamentali della ricchezza o della povertà di una nazione.

La forte correlazione evidenziata dalla figura 7.6 è importante, ma pone più problemi di quanti ne risolva. Viene spontaneo chiedersi perché i saggi di risparmio e di investimento siano così diversi da un paese all'altro. Questa domanda ammette molte possibili risposte, come la politica fiscale, il sistema pensionistico, il grado di sviluppo dei mercati finanziari e le differenze culturali. Inoltre, la stabilità politica potrebbe avere un ruolo importante: non meraviglia, infatti, che i saggi di risparmio e di investimento tendono a essere più bassi nei paesi in cui si verificano frequenti conflitti, rivoluzioni e colpi di stato. Risparmio e investimento tendono a essere bassi anche nei paesi in cui le istituzioni politiche sono fragili, come misurano gli indicatori sulla corruzione dei funzionari pubblici. Un'ultima interpretazione di quanto evidenziato dalla figura 7.6 è la causalità inversa: è possibile che più elevati livelli di reddito stimolino saggi di risparmio e di investimento più elevati. Sfortunatamente, gli economisti non hanno raggiunto un accordo su quale sia la più importante tra queste possibili spiegazioni.

La correlazione tra saggio di investimento e reddito pro capite è forte, ed è un fenomeno importante perché aiuta a capire perché alcuni paesi sono ricchi e altri poveri, ma non esaurisce l'argomento. La correlazione tra le due variabili è ben lontana dall'essere perfetta. Per esempio, il Messico e lo Zambia hanno saggi di investimento simili, ma il reddito pro capite del Messico è dieci volte più elevato di quello del paese africano. Devono esserci altre determinanti del tenore di vita, oltre al risparmio e all'investimento. Per questa ragione, in questo capitolo e anche nel successivo, torneremo a esaminare le differenze di reddito pro capite tra i diversi paesi, per vedere quali altre variabili svolgano un ruolo rilevante.

7.2 Il livello di capitale di regola aurea

Fino a questo punto abbiamo utilizzato il modello di Solow per analizzare come i saggi di risparmio e di investimento di un'economia determinino lo stock di capitale di stato stazionario e il reddito. Questa analisi potrebbe spingerci a concludere che quanto più il saggio di risparmio è elevato, tanto meglio è per l'economia. Ma supponiamo che un paese abbia un saggio di risparmio del 100%: questo lo porterebbe ad avere uno stock di capitale e un reddito quanto più elevati possibile; ma che vantaggio c'è nel fatto che tutto il reddito viene risparmiato e nulla consumato?

In questo paragrafo useremo il modello di Solow per stabilire quale sia il livello ottimo di accumulazione del capitale, dal punto di vista del benessere economico. Nel prossimo capitolo discuteremo di come le decisioni di politica economica possano influenzare il saggio di risparmio di un sistema economico; prima, però, dobbiamo approfondire la teoria su cui si fondano tali decisioni.

CONFRONTO TRA STATI STAZIONARI

Per semplificare la nostra analisi, ipotizziamo che il governo possa fissare il saggio di risparmio del sistema economico a qualunque livello desideri. Determinando il saggio di risparmio, il governo determina automaticamente lo stato stazionario verso cui tende l'economia; ma quale stato stazionario scegliere?

Nello scegliere uno stato stazionario, l'obiettivo del governo è massimizzare il benessere degli individui che fanno parte della società: gli individui, infatti, non sono interessati alla quantità di capitale disponibile nel sistema economico, e neppure al livello della produzione aggregata; ciò che importa loro è la quantità di beni e servizi che possono consumare. Dunque, un buon governante sceglierà lo stato stazionario in cui il consumo è massimo; il valore di k di stato stazionario che massimizza il consumo è detto **livello di capitale di regola aurea**, e viene normalmente indicato con k^*_{gold}.[2]

Come è possibile stabilire se un'economia si trovi al livello di capitale di regola aurea? Per rispondere a questa domanda, dobbiamo prima determinare il livello di consumo per occupato in stato stazionario; soltanto allora potremo stabilire quale stato stazionario massimizzi il livello di consumo.

Per trovare il consumo per occupato in stato stazionario, partiamo dall'identità contabile del reddito nazionale:

$$y = c + i$$

che riscriviamo come:

$$c = y - i$$

Il consumo non è altro che la differenza tra prodotto e investimento. Dato che vogliamo individuare il consumo di stato stazionario, sostituiamo nell'equazione i valori di stato stazionario del prodotto e dell'investimento. In stato stazionario, il prodotto aggregato per occupato è dato da $f(k^*)$, dove k^* è lo stock di capitale per occupato di stato stazionario. In stato stazionario, inoltre, l'investimento compensa esattamente l'ammortamento, pari a δk^*. Sostituendo $f(k^*)$ a y e δk^* a i, possiamo scrivere il consumo per occupato di stato stazionario come:

$$c = f(k^*) - \delta k^*$$

Secondo questa equazione, dunque, il consumo per occupato di stato stazionario è ciò che rimane del prodotto di stato stazionario dopo aver pagato l'ammortamento di stato stazionario. Questa equazione mostra pure che un aumento del capitale di stato stazionario ha due effetti contrastanti sul consumo di stato stazionario: da una parte, all'aumentare del capitale il prodotto aumenta; dall'altra, all'aumentare del capitale aumenta anche l'ammortamento, cioè la quota del prodotto da destinare alla sostituzione del capitale logorato dall'uso.

La figura 7.7 rappresenta in forma grafica il prodotto di stato stazionario e l'ammortamento di stato stazionario come funzioni del livello di capitale di stato stazionario. Il consumo di stato stazionario è la distanza che separa le due curve. Il grafico mostra che vi è un solo livello dello stock di capitale – il livello del capitale di regola aurea k^*_{gold} – che garantisce la massimizzazione del consumo.

Nel confrontare diversi stati stazionari, dobbiamo tenere ben presente il fatto che un aumento dello stock di capitale ha un effetto sia sul prodotto sia sull'ammortamento. Se lo stock di capitale è inferiore al livello di regola aurea, un suo aumento fa aumentare il

[2] Edmund Phelps, «The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growthmen», *American Economic Review*, settembre 1961, vol. 51, pp. 638-643.

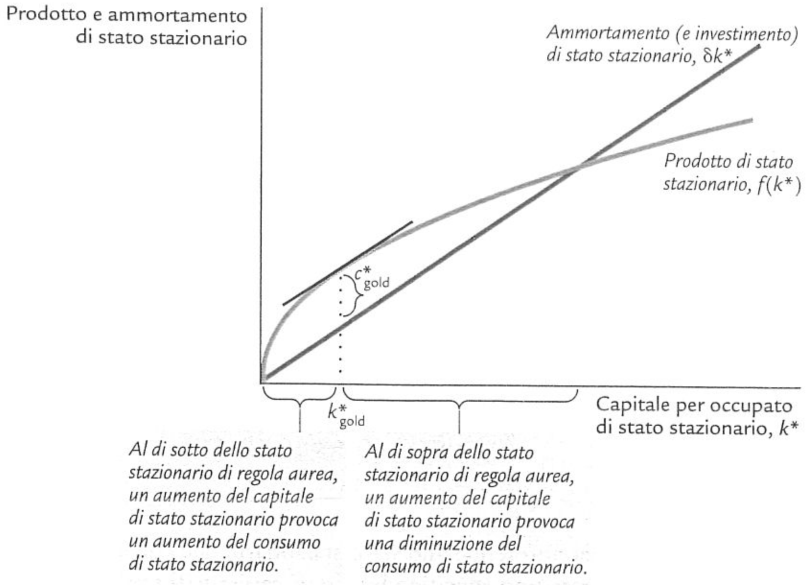


FIGURA 7.7

Il consumo di stato stazionario Il prodotto aggregato di un sistema economico può essere allocato al consumo o all'investimento. In stato stazionario l'investimento è uguale all'ammortamento, quindi il consumo di stato stazionario è uguale alla differenza tra il prodotto, $f(k^*)$, e l'ammortamento, δk^*. Il consumo è massimo nello stato stazionario di regola aurea. Lo stock di capitale nello stato stazionario di regola aurea è denominato k^*_{gold} e il livello di consumo di regola aurea c^*_{gold}.

prodotto in misura maggiore dell'ammortamento e, quindi, fa aumentare anche il consumo. In questo caso la funzione di produzione è più ripida della retta δk^* e perciò la distanza tra le due curve – pari al consumo – aumenta all'aumentare di k^*. Al contrario, se lo stock di capitale è superiore al livello di regola aurea, la pendenza della funzione di produzione è minore della pendenza della retta δk^*, e perciò la distanza tra le due curve diminuisce all'aumentare di k^*. In corrispondenza del livello di capitale di regola aurea, la funzione di produzione e δk^* hanno la medesima pendenza e il consumo è al livello massimo.

Possiamo ora derivare una semplice condizione che caratterizza il livello di capitale di regola aurea. Rammentando che la pendenza della funzione di produzione corrisponde al prodotto marginale del capitale *PMK*, che la pendenza della curva dell'ammortamento è pari a δ, e che entrambe le pendenze sono pari a k^*_{gold}, la regola aurea può essere descritta dall'equazione:

$$PMK = \delta$$

In corrispondenza del livello di capitale di regola aurea, il prodotto marginale del capitale è uguale al tasso di ammortamento.

Per giungere alla medesima conclusione da un punto di partenza leggermente diverso, supponiamo che l'economia disponga di uno stock di capitale di stato stazionario k^* e che il governo desideri aumentare lo stock di capitale a $k^* + 1$. La quantità addizionale di prodotto che si ottiene da tale incremento dello stock di capitale è $f(k^* + 1) - f(k^*)$, pari al prodotto marginale del capitale *PMK*. Il maggiore ammortamento generato dall'aumento dello stock di capitale è pari al tasso di ammortamento δ. Dunque, l'effetto netto sul consumo dell'incremento unitario dello stock di capitale di stato stazionario è pari a $PMK - \delta$. Se $PMK - \delta > 0$, l'incremento unitario del capitale provoca un incremento del consumo, quindi k^* deve essere al di sotto del livello di regola aurea; se $PMK - \delta < 0$, l'incremento unitario del capitale provoca un decremento del consumo, quindi k^* deve essere al di sopra del livello di regola aurea. Dunque, la regola aurea può essere descritta dalla seguente condizione:

$$PMK - \delta = 0$$

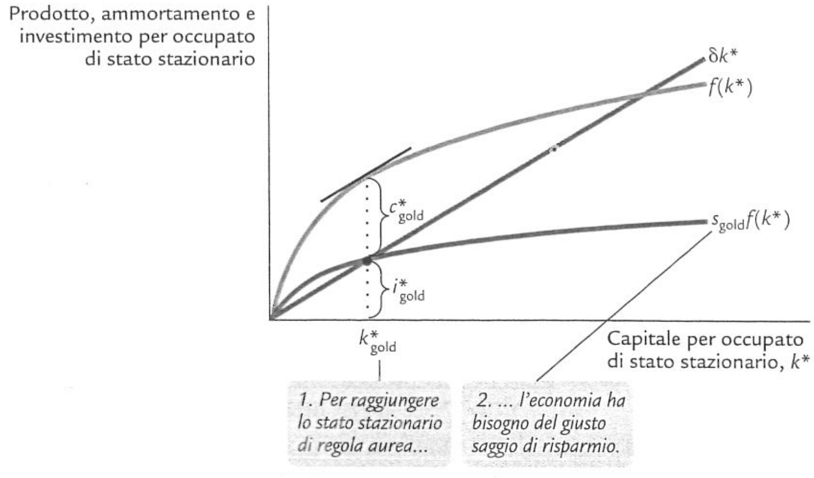
In corrispondenza del livello di capitale di regola aurea, il prodotto marginale del capitale al netto dell'ammortamento ($PMK - \delta$) è uguale a zero. Come vedremo, i governanti possono utilizzare questa condizione per individuare il livello di capitale della regola aurea nel sistema economico.[3]

[3] *Nota matematica.* Un altro modo per ottenere la condizione della regola aurea è ricorrere al calcolo differenziale. Ricordate che $c^* = f(k^*) - \delta k^*$. Per trovare il valore di k^* che massimizza c^*, deriviamo l'equazione rispetto a k per trovare $dc^*/dk^* = f'(k^*) - \delta$ e poniamo il valore della derivata uguale a zero. Dato che $f'(k^*)$ corrisponde al prodotto marginale del capitale, si ottiene la condizione della regola aurea esposta nel testo.

 © 978-88-08-16740-8

FIGURA 7.8

Il saggio di risparmio e la regola aurea
C'è un unico saggio di risparmio che produce lo stock di capitale di regola aurea, k^*_{gold}. Qualunque cambiamento del saggio di risparmio fa spostare la curva $sf(k^*)$, portando l'economia in uno stato stazionario con un livello di consumo inferiore.



Ricordate che l'economia non tende allo stato stazionario che corrisponde alla regola aurea. Se si vuole raggiungere uno specifico livello di capitale di stato stazionario (per esempio, il livello di regola aurea) è necessario un saggio di risparmio in grado di sostenerlo. La figura 7.8 mostra lo stato stazionario nel caso in cui il saggio di risparmio sia stato fissato in modo da produrre il livello di capitale di regola aurea. Se il saggio di risparmio fosse maggiore di quello utilizzato nel grafico, lo stock di capitale di stato stazionario risulterebbe troppo elevato; se fosse minore, lo stock di capitale di stato stazionario sarebbe troppo basso. In entrambi i casi il consumo di stato stazionario sarebbe più basso di quello corrispondente allo stato stazionario di regola aurea.

DETERMINARE LO STATO STAZIONARIO DI REGOLA AUREA: UN ESEMPIO NUMERICO

Consideriamo la decisione che un governo deve affrontare per scegliere lo stato stazionario per un sistema economico dotato delle caratteristiche specificate qui di seguito. La funzione di produzione è la stessa del nostro esempio precedente:

$$y = \sqrt{k}$$

Il prodotto aggregato per occupato è pari alla radice quadrata del capitale per occupato. Il tasso di ammortamento δ è ancora pari al 10% del capitale. Questa volta il governo può determinare il saggio di risparmio s e, quindi, lo stato stazionario verso cui tende l'economia.

Per stabilire quali siano le alternative a disposizione del governo, rammentiamo che nello stato stazionario vale la seguente equazione:

$$\frac{k^*}{f(k^*)} = \frac{s}{\delta}$$

In questa economia, data la funzione di produzione, l'equazione diventa:

$$\frac{k^*}{\sqrt{k^*}} = \frac{s}{0{,}1}$$

Elevando al quadrato entrambi i membri, risolviamo rispetto al livello di capitale di stato stazionario e troviamo:

$$k^* = 100s^2$$

Utilizzando questo risultato, possiamo calcolare il livello di capitale di stato stazionario per qualsiasi saggio di risparmio.

La tabella 7.3 riporta i calcoli relativi a diversi possibili stati stazionari del sistema eco-

TABELLA 7.3 Individuare lo stato stazionario di regola aurea: un esempio numerico

Ipotesi: $y = \sqrt{k}$ $\delta = 0,1$

s	k^*	y^*	δk^*	c^*	PMK	$PMK - \delta$
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	∞	∞
0,1	1,0	1,0	0,1	0,9	0,500	0,400
0,2	4,0	2,0	0,4	1,6	0,250	0,150
0,3	9,0	3,0	0,9	2,1	0,167	0,067
0,4	16,0	4,0	1,6	2,4	0,125	0,025
0,5	**25,0**	**5,0**	**2,5**	**2,5**	**0,100**	**0,000**
0,6	36,0	6,0	3,6	2,4	0,083	–0,017
0,7	49,0	7,0	4,9	2,1	0,071	–0,029
0,8	64,0	8,0	6,4	1,6	0,062	–0,038
0,9	81,0	9,0	8,1	0,9	0,056	–0,044
1,0	100,0	10,0	10,0	0,0	0,050	–0,050

nomico. Notiamo che a un più elevato saggio di risparmio corrisponde un più elevato stock di capitale, il quale, a propria volta, è associato a una produzione aggregata e a un ammortamento più elevati. All'aumentare del saggio di risparmio, il consumo di stato stazionario, pari alla differenza tra il prodotto aggregato e l'ammortamento, dapprima aumenta e poi diminuisce progressivamente. Il consumo raggiunge il suo valore massimo per un saggio di risparmio di 0,5. Dunque, a un saggio di risparmio di 0,5 corrisponde lo stato stazionario di regola aurea.

Ricordate che un altro modo per individuare lo stato stazionario di regola aurea è determinare il livello di capitale per il quale il prodotto marginale netto del capitale ($PMK - \delta$) sia uguale a zero. Per la nostra funzione di produzione il prodotto marginale del capitale è:[4]

$$PMK = \frac{1}{2\sqrt{k}}$$

Le ultime due colonne della tabella 7.3 utilizzano questa formula per calcolare il valore di PMK e di $PMK - \delta$ per diversi possibili stati stazionari. Notate come il prodotto marginale netto del capitale sia pari a zero in corrispondenza del saggio di risparmio di regola aurea, pari a 0,5. Poiché il prodotto marginale è decrescente, il prodotto marginale netto dell'economia è maggiore di zero quando l'economia risparmia una porzione di prodotto inferiore a 0,5, ed è negativo quando l'economia risparmia di più.

L'esempio numerico conferma che i due diversi metodi per individuare lo stato stazionario di regola aurea – cioè considerando il consumo di stato stazionario o il prodotto marginale del capitale – danno la medesima risposta. Se si vuole stabilire se un'economia abbia uno stock di capitale maggiore o minore del livello di stato stazionario di regola aurea, il secondo metodo di solito è più efficace, perché stimare il prodotto marginale del capitale è relativamente facile. Per valutare un'economia sulla base del secondo metodo, invece, occorre stimare il consumo di stato stazionario per diversi saggi di risparmio: un'informazione molto difficile da ottenere. Così, quando nel prossimo capitolo applicheremo questo genere di analisi a un'economia del mondo reale, come quella degli Stati Uniti, valuteremo il saggio di risparmio statunitense a partire dalle stime del prodotto marginale del capitale. Ma prima di impegnarci nell'analisi di un provvedimento di politica economica dobbiamo approfondire ulteriormente la formulazione e la comprensione del modello di Solow.

LA TRANSIZIONE ALLO STATO STAZIONARIO DI REGOLA AUREA

Rendiamo ora più realistico il problema che il governo della nostra ipotetica economia

[4] *Nota matematica.* Per ricavare questa formula, notate che il prodotto marginale del capitale è la derivata della funzione di produzione rispetto a k.

 © 978-88-08-16740-8

deve affrontare. Fin qui abbiamo ipotizzato che il governo possa semplicemente scegliere uno dei possibili stati stazionari dell'economia e collocarvisi immediatamente. In questo caso, il governo sceglierebbe lo stato stazionario a cui corrisponde il massimo livello di consumo: lo stato stazionario di regola aurea. Supponiamo, tuttavia, che l'economia si trovi in uno stato stazionario diverso da quello di regola aurea: cosa accade al consumo, all'investimento e al capitale, mentre l'economia compie la transizione tra i due stati stazionari? L'effetto della transizione potrebbe dissuadere il governo dal tentativo di perseguire la regola aurea?

Dobbiamo considerare due casi: l'economia potrebbe partire da uno stock di capitale superiore al livello di regola aurea, o da uno stock di capitale inferiore. Come vedremo, questi due casi presentano problematiche diverse dal punto di vista del governo; nel prossimo capitolo scopriremo anche come il secondo caso (cioè uno stock di capitale insufficiente) rappresenti la situazione nella quale si trova la maggior parte dei sistemi economici reali.

CAPITALE INIZIALE ECCESSIVO Esaminiamo per primo il caso di un'economia che si trovi in uno stato stazionario in cui lo stock di capitale è superiore al livello di regola aurea. In questo caso il governo dovrebbe perseguire una politica mirata alla riduzione del saggio di risparmio per far contrarre lo stock di capitale. Supponiamo che i provvedimenti varati dal governo abbiano successo e che in un dato momento – che chiameremo t_0 – il saggio di risparmio diminuisca al livello che conduce allo stato stazionario di regola aurea.

La figura 7.9 descrive cosa accade al prodotto aggregato, al consumo e all'investimento quando il saggio di risparmio diminuisce: la riduzione del saggio di risparmio provoca un immediato aumento del consumo e una corrispondente diminuzione dell'investimento. Nello stato stazionario iniziale l'investimento era uguale all'ammortamento; dopo la diminuzione del saggio di risparmio l'investimento è minore dell'ammortamento e l'economia non si trova più in stato stazionario. Gradualmente, lo stock di capitale diminuisce, portando a una riduzione del prodotto aggregato, del consumo e dell'investimento. Queste variabili continuano a diminuire fino a quando l'economia raggiunge un nuovo stato stazionario. Dato che, per ipotesi, il nuovo stato stazionario corrisponde a quello di regola aurea, il consumo sarà superiore al livello di partenza, sebbene prodotto aggregato e investimento risultino più bassi.

Osservate che, rispetto allo stato stazionario precedente, il livello del consumo è superiore non soltanto nel nuovo stato stazionario, ma anche durante tutto il processo di transizione. Se lo stock di capitale è superiore al livello di regola aurea, una politica economica volta a ridurre il saggio di risparmio è sicuramente popolare, dato che permette un livello di consumi superiore a quello iniziale in tutte le fasi del processo di transizione.

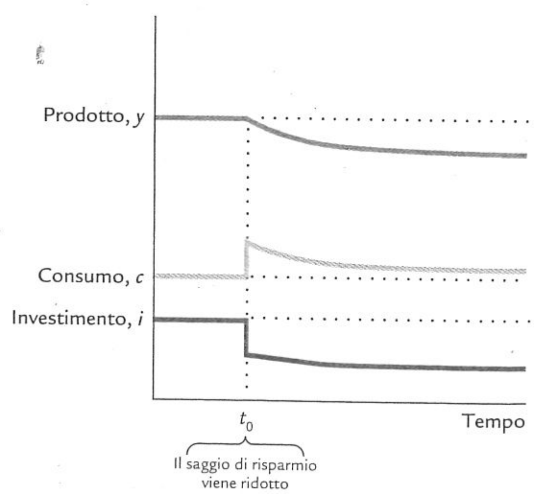


FIGURA 7.9

Una riduzione del saggio di risparmio quando lo stock di capitale è superiore al livello di stato stazionario di regola aurea Il grafico mostra che cosa accade, nel tempo, al prodotto aggregato, al consumo e all'investimento quando lo stock di capitale nell'economia è superiore al livello di regola aurea e il saggio di risparmio viene ridotto. La riduzione del saggio di risparmio, al tempo t_0, provoca un immediato aumento del consumo e una contrazione corrispondente dell'investimento. Con il passare del tempo, al diminuire dello stock di capitale il prodotto, il consumo e l'investimento diminuiscono ma, nel nuovo stato stazionario, l'economia raggiunge un livello di consumo più elevato che all'inizio del processo di transizione.

CAPITALE INIZIALE INSUFFICIENTE Supponiamo, invece, che l'economia si trovi, inizialmente, con uno stock di capitale inferiore al livello di regola aurea. In questo caso, il governo deve aumentare il saggio di risparmio per accumulare capitale fino a raggiungere lo stato stazionario di regola aurea. La figura 7.10 illustra ciò che accade. Un aumento del saggio di risparmio al tempo t_0 provoca una caduta immediata del consumo e un corrispondente aumento dell'investimento. Con il trascorrere del tempo, l'aumento dell'investimento provoca un aumento dello stock di capitale. Con l'accumulazione di capitale, il prodotto aggregato, il consumo e l'investimento aumentano progressivamente, fino a raggiungere un nuovo stato stazionario. Dato che, per ipotesi, il nuovo stato stazionario corrisponde a quello di regola aurea, il consumo sarà superiore al livello di partenza.

L'incremento del saggio di risparmio che permette di raggiungere lo stato stazionario di regola aurea provoca un aumento del benessere economico? Al termine del processo di transizione sì, perché il nuovo livello di consumo di stato stazionario è maggiore del precedente; ma durante il processo di transizione si verifica una contrazione del consumo. Notate il contrasto con il caso in cui l'economia dispone inizialmente di uno stock di capitale più elevato del livello di regola aurea. *Quando l'economia parte da uno stock di capitale superiore al livello di regola aurea, la transizione provoca un aumento immediato del consumo; quando parte da uno stock di capitale inferiore, la transizione verso la regola aurea richiede una iniziale contrazione del consumo per raggiungere un livello superiore solo alla fine del processo.*

Nel decidere se cercare di raggiungere lo stato stazionario di regola aurea, il governo deve tenere conto del fatto che i consumatori di oggi non sempre sono gli stessi di domani. Il raggiungimento dello stato stazionario di regola aurea potrebbe comportare un livello più elevato di consumo per le generazioni future; ma se l'economia parte da uno stock di capitale inferiore al livello di regola aurea, il processo di transizione comporta una contrazione dei consumi per le generazioni attuali. Dunque, nel decidere se incentivare l'accumulazione del capitale, il governo deve fare una scelta di compromesso tra il benessere di generazioni diverse: un governo interessato più alle generazioni attuali che a quelle future potrebbe decidere di non cercare di raggiungere lo stato stazionario di regola aurea; un governo preoccupato più del benessere delle generazioni future che di quello delle attuali tenderà a optare per la transizione e, anche se le generazioni attuali consumeranno meno, un numero infinito di generazioni future trarrà beneficio dall'aver raggiunto lo stato stazionario di regola aurea.

Di conseguenza, l'accumulazione ottima di capitale dipende in misura cruciale dal peso attribuito agli interessi delle generazioni attuali e future. La regola aurea della Bibbia dice: «Fa' agli altri ciò che vorresti fosse fatto a te stesso». Se seguissimo questo consiglio, attri-

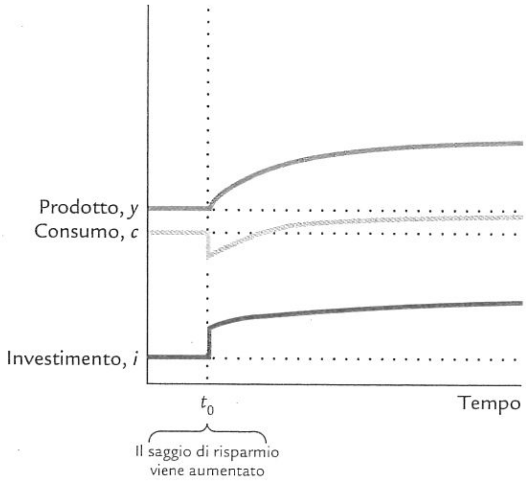


FIGURA 7.10

Un aumento del saggio di risparmio quando lo stock di capitale è inferiore al livello di stato stazionario di regola aurea Il grafico mostra che cosa accade, nel tempo, al prodotto aggregato, al consumo e all'investimento quando lo stock di capitale nell'economia è inferiore al livello di regola aurea e il saggio di risparmio viene aumentato. L'aumento del saggio di risparmio, al tempo t_0, provoca un'immediata diminuzione del consumo e una corrispondente espansione dell'investimento. Con il passare del tempo, al crescere dello stock di capitale il prodotto, il consumo e l'investimento aumentano. Poiché inizialmente lo stock di capitale era inferiore al livello di regola aurea, nel nuovo stato stazionario il consumo è più elevato che nel precedente.

buiremmo a tutte le generazioni il medesimo peso. In questo caso la scelta ottimale sarebbe quella di raggiungere lo stato stazionario di regola aurea: non è un caso che sia stata battezzata, appunto, «regola aurea».

7.3 La crescita demografica

La versione di base del modello di Solow dimostra come l'accumulazione di capitale, da sé, non possa spiegare una crescita economica sostenuta e persistente: un aumento del saggio di risparmio fa aumentare temporaneamente il tasso di crescita, ma prima o poi l'economia raggiunge uno stato stazionario in cui il capitale e il prodotto aggregato sono costanti. Per spiegare la crescita persistente che osserviamo in molte aree del mondo dobbiamo espandere il modello di Solow, incorporandovi altri due elementi che stimolano la crescita economica: la crescita demografica e il progresso tecnologico. In questo paragrafo procediamo a integrare nel modello la crescita demografica.

Invece di ipotizzare che la popolazione sia fissa, come abbiamo fatto nei paragrafi 7.1 e 7.2, ipotizziamo ora che la popolazione e la forza lavoro crescano a un tasso costante n. Per esempio, la popolazione del Regno Unito cresce dello 0,4% circa all'anno, per cui $n = 0{,}004$. Questo significa che, se in un dato anno 30 milioni di individui fanno parte della forza lavoro, l'anno seguente la forza lavoro sarà di 30,12 milioni di individui (30 × 1,004), due anni dopo sarà di 30,24 milioni di individui, e così via.

LO STATO STAZIONARIO CON CRESCITA DEMOGRAFICA

In che modo la crescita demografica influenza lo stato stazionario? Per rispondere a questa domanda dobbiamo stabilire come la crescita demografica, insieme all'investimento e all'ammortamento, influenzi l'accumulazione di capitale per occupato. Come abbiamo spiegato in precedenza, l'investimento fa aumentare lo stock di capitale e l'ammortamento lo fa diminuire. Ora introduciamo una terza forza che contribuisce a modificare la quantità di capitale per occupato: l'aumento del numero di lavoratori, che provoca la diminuzione della quantità di capitale per occupato.

Continuiamo a utilizzare le lettere minuscole per indicare le quantità per occupato, per cui $k = K/L$ è il capitale per occupato e $y = Y/L$ il prodotto aggregato per occupato. Teniamo però a mente che il numero di lavoratori varia nel tempo.

La variazione dello stock di capitale per occupato è uguale a:

$$\Delta k = i - (\delta + n)k$$

Questa equazione illustra come l'investimento, l'ammortamento e la crescita demografica influenzino lo stock di capitale per occupato. Un aumento dell'investimento fa aumentare k, mentre un aumento dell'ammortamento o la crescita demografica lo fanno diminuire. Abbiamo già visto questa equazione nei paragrafi precedenti, nel caso particolare in cui $n = 0$, cioè la popolazione è costante.

Il termine $(\delta + n)k$, cioè la quantità di investimento necessaria per mantenere costante la quantità di capitale per occupato, può essere definito come l'*investimento di equilibrio*. L'investimento di equilibrio include l'ammortamento del capitale esistente, ovvero δk, ma anche la quantità di investimento necessaria per dotare ogni nuovo lavoratore di capitale; questa quantità è pari a nk, perché n sono i nuovi lavoratori che entrano nella forza lavoro ogni anno e k è lo stock di capitale a disposizione di ciascun lavoratore. L'equazione mostra che la crescita demografica riduce l'accumulazione di capitale per occupato, esattamente come fa l'ammortamento: l'ammortamento riduce k con il logoramento dovuto all'uso, mentre la crescita demografica riduce k distribuendo un dato stock di capitale su una popolazione di lavoratori più numerosa.[5]

L'analisi della crescita demografica procede come quelle sviluppate in precedenza. Da prima, sostituiamo $sf(k)$ a i, riscrivendo l'equazione come:

$$\Delta k = sf(k) - (\delta + n)k$$

Per vedere come si determina lo stock di capitale per occupato di stato stazionario, si

[5] *Nota matematica*. Per ricavare formalmente l'equazione della variazione di k dobbiamo fare ricorso al calcolo differenziale. Notiamo innanzitutto che la variazione di k per unità di tempo è $dk/dt = d(K/L)/dt$. Applicando la regola della derivata di derivata, possiamo riscrivere l'equazione come $dk/dt = (1/L)(dK/dt) - (K/L^2)(dL/dt)$. Sostituendo nell'equazione $dK/dt = I - \delta K$ e $(dL/dt)/L = n$, con qualche passaggio si arriva all'equazione del testo.