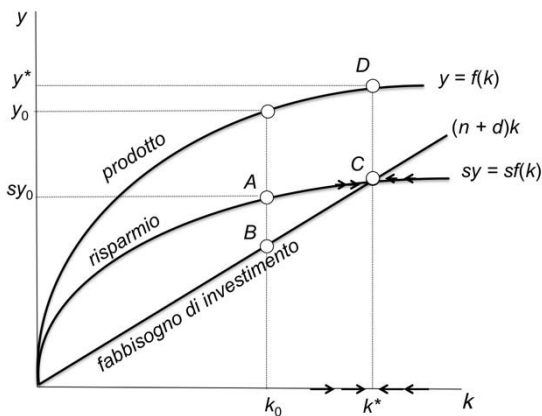


1. **La risposta esatta è la D.** Il Modello neo-classico di crescita esogena (R. Solow, T. Swan) descrive in che modo il tasso di crescita del capitale (tasso di risparmio) e il tasso di crescita della popolazione, influiscono sul tasso di crescita del LP dell'economia in termini assoluti (PIL reale) e relativi (PIL pro-capite). La teoria neoclassica della crescita si basa sull'ipotesi semplificativa che non esista progresso tecnologico: il sistema economico raggiungerà una situazione, detta stato stazionario, in cui produzione e quantità di capitali resteranno costanti (combinazione di reddito (PIL) pro-capite (y) e capitale pro-capite (k) che porta in equilibrio il sistema). Affinché k e y rimangano costanti ($\Delta y = \Delta k = 0$), anche se la popolazione cresce, Y e K devono crescere allo stesso ritmo del tasso di crescita della popolazione stessa ($n = \Delta Y/Y = \Delta N/N = \Delta K/K$). I valori di stato stazionario, y^* e k^* , sono quelli in corrispondenza dei quali gli investimenti necessari ad acquistare le macchine per i nuovi lavoratori e a sostituire quelle logorate sono esattamente uguali al risparmio disponibile. Se il risparmio fosse superiore (inferiore) all'ammontare di investimenti necessari, k aumenterebbe (diminuirebbe), incrementando (diminuendo) anche la produzione. In stato stazionario, quindi, sussiste equilibrio tra risparmio e investimento necessario per mantenere costante il capitale pro-capite. Gran parte della teoria della crescita si occupa della transizione del sistema da una situazione attuale al suo stato stazionario. Consideriamo innanzitutto la funzione di produzione aggregata: $Y = AF(N, K)$, la quale offre una relazione quantitativa fra input (per semplicità si suppone come unici fattori produttivi lavoro (N) e capitale (K); nel LP anche K diventa un fattore variabile) e output. Il prodotto (Y), dipende positivamente dalla quantità di input (il prodotto marginale del lavoro, MPN (aumento della produzione dovuto all'impiego di un'unità in più di N), e il prodotto marginale del capitale, MPK, sono entrambi positivi) e dal "progresso

tecnologico che aumenta la produttività totale dei fattori produttivi" A (con uno shock tecnologico positivo, A aumenta e, a parità di fattori produttivi disponibili, determina un incremento della produzione del sistema economico; shock tecnologici negativi sono eventi molto rari). Esprimiamo la suddetta funzione in termini di variabili pro-capite, dividendo entrambi i membri per il numero di occupati N : $y \equiv Y/N = AF(N, K)/N$; avendo ipotizzato rendimenti di scala costanti sappiamo che $\Delta A(F(cN, cK)) = c \Delta A(F(N, K)) = cY$, quindi imponendo $c = 1/N$, otteniamo che: $cY = c \Delta A(F(N, K)) = \Delta A(F(N, K)/N) = \Delta A(F(1, k)) = \Delta A(1, k)$. Trascuriamo per il momento la tecnologia, ipotizzando che sia data (si normalizza ponendo $A=1$), quindi, la funzione di produzione dipenderà solo da k : $y = f(k)$. Si ipotizza che se aumenta k , y cresce (produttività marginale del capitale pro-capite è positivo, $f'(k) > 0$), ma in misura sempre minore, quindi, a un tasso

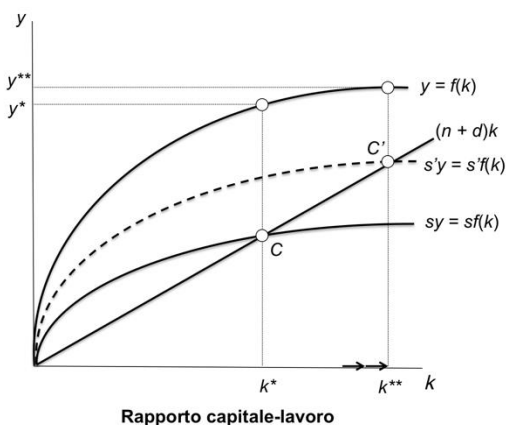


Rapporto capitale-lavoro

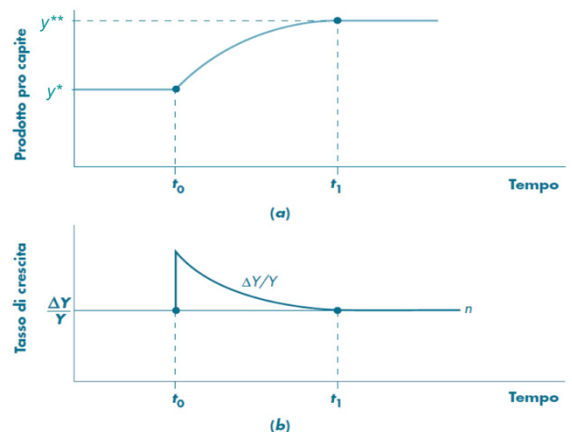
decescente (produttività marginale di k decrescente, $f''(k) < 0$): ogni macchina in più fa crescere la produzione, ma la fa crescere meno della macchina precedente. La pendenza decrescente della curva (funzione crescente e concava) è l'equivalente grafico di $0 < \theta < 1$, parametro che misura la quota di reddito destinata al capitale ($1 - \theta$, quella destinata al lavoro). La produttività marginale decrescente è la causa principale per cui il sistema raggiunge lo stato stazionario, invece di crescere all'infinito. Per mantenere costante nel tempo k , *quando cresce la popolazione e il capitale si deteriora nel tempo*, l'investimento procapite deve essere pari a: $I/N = (n+d)K/N = (n+d)k$, dove n rappresenta il tasso di crescita della popolazione ($n = \Delta N/N$ è il tasso di crescita degli occupati: serviranno nk investimenti per fornire ai nuovi lavoratori il capitale necessario) e d rappresenta la velocità (tasso) di deperimento/deprezzamento del capitale (ammortamenti costituiscono una percentuale costante dello stock di capitale: si aggiunge dk alla somma richiesta per gli investimenti). Se aumenta la popolazione e se voglio mantenere costante lo stock di capitale pro-capite, l'investimento dovrà essere positivo e il capitale dovrà aumentare, poiché se non aumentasse lo stock di capitale per ogni lavoratore diminuirebbe dal momento che la popolazione aumenta; deve aumentare anche in virtù del fatto che il capitale tende a perdere il proprio valore, quindi, per permettere la sostituzione dei macchinari logorati. Ora definiamo la relazione investimento-risparmio: in un'economia chiusa e senza il settore pubblico, il risparmio è rappresentato da una percentuale costante, s (saggio marginale di risparmio), del reddito. Dato che y coincide con la produzione del capitale pro-capite: $sy = sf(k)$. Ammettiamo che nel LP tutto il risparmio venga investito (siamo in un mercato neoclassico, con P flessibili che si aggiustano, e quindi non ci possono essere eccessi positivi/negativi di risparmio sull'investimento), quindi sy non rappresenta solo il risparmio pro-capite, ma anche l'investimento effettivo pro-capite. La variazione netta nel tempo del capitale pro-capite, Δk , sarà pari quindi alla *differenza fra l'investimento effettivo pro-capite e l'investimento pro-capite necessario per mantenere costante k* : $\Delta k = sf(k) - (n+d)k$. Lo stato stazionario si raggiunge quando $\Delta k = 0$ e quindi: $sy^* = sf(k^*) = (n+d)k^*$. Poiché gli individui risparmiano una percentuale fissa del loro reddito, la curva di risparmio/investimento effettivo, sy , indica il valore del

risparmio al variare di k e segue l'andamento della curva di produzione pur essendo più schiacciata verso il basso ($0 < s < 1 \rightarrow sy < y$); la retta $(n+d)k$ indica, per ogni valore di k , il fabbisogno di investimento necessario per mantenere costante k . Esaminiamo adesso il processo di aggiustamento (di crescita) attraverso cui, nel corso del tempo, il sistema economico passa da un dato valore iniziale k_0 allo stato stazionario k^* . Quando, come in corrispondenza di k_0 , la curva sy si trova al di sopra della retta del fabbisogno di investimento, e quindi l'investimento (risparmio) effettivo pro-capite è maggiore dell'investimento pro-capite che sarebbe necessario per mantenere costante k (tale differenza è rappresentata dal segmento AB) il sistema non è in equilibrio, quindi, k tenderà ad aumentare ($sy > (n+d)y \rightarrow \Delta k > 0$) e nel LP, il sistema si sposterà verso destra, per raggiungere l'equilibrio di LP di stato stazionario (k^* è l'unico valore del capitale pro-capite per cui non si ha né un aumento né una diminuzione di k e quindi di y : $sf(k) = (n+d)k \rightarrow \Delta k = 0$). In questo grafico, da qualsiasi valore di k si parte, il sistema tenderà sempre a convergere a k^* (livello di equilibrio di LP): ciò implica che nel LP economie simili dal punto di vista della tecnologia (stessa funzione di produzione.), del tasso di risparmio e del tasso di crescita della popolazione, indipendentemente dal punto in cui si trovano adesso, nel LP convergeranno tutte allo stesso equilibrio di stato stazionario (stesso tasso di crescita del PIL reale e del PIL pro-capite di stato stazionario). Un'altra implicazione interessante deriva dalla produttività marginale decrescente di k e quindi dalla concavità di queste curve: siccome economie simili devono convergere nel LP allo stesso equilibrio di stato stazionario, se oggi un'economia è più vicina allo stato stazionario rispetto ad un'altra dovrebbe crescere ad un tasso di crescita (del PIL pro-capite e del PIL reale) più basso rispetto all'altra. Tali risultati sono spiegati dal fatto che questo modello prevede una convergenza dei tassi di crescita però condizionata alle caratteristiche strutturali dell'economia. Si possono adesso determinare i valori dei tassi di crescita di equilibrio di stato stazionario: il tasso di crescita del PIL pro-capite, $\Delta y/y$, in stato stazionario sarà pari a 0, essendo $\Delta y = 0$; il tasso di crescita del PIL reale è $\Delta Y/Y = \Delta y/y + \Delta N/N$, ma essendo in stato stazionario $\Delta y/y = 0$, avremo in equilibrio $\Delta Y/Y = \Delta N/N = n$, ma il tasso di crescita della popolazione in questo modello è dato (per questo è detto modello di crescita esogeno), quindi non viene da esso spiegato. Quando abbiamo un k minore di K^* , $\Delta k/k > 0$, quindi $\Delta y/y > 0$ e $\Delta Y/Y > n$.

Adesso andiamo a vedere come varia l'equilibrio di stato stazionario (quindi i vari tassi di crescita delle varie variabili) quando abbiamo un aumento del tasso di risparmio s , quindi andando ad analizzare il ruolo di s nel modello. Si suppone che il tasso di risparmio iniziale sia s , a cui corrisponde un equilibrio di stato stazionario in C in cui si ha l'intersezione tra la retta del fabbisogno di investimento e la curva del risparmio (investimento effettivo). Se la popolazione decide di risparmiare una percentuale maggiore di reddito (s'), la funzione di produzione non varia (non dipende da s) così come la retta del fabbisogno di investimento; a spostarsi verso l'alto è solo la funzione di risparmio (diventa $s'y$), quindi per ogni livello di reddito pro-capite il risparmio pro-capite aumenterà poiché aumenta appunto s . Il punto C non è più punto di equilibrio di stato stazionario, dato la popolazione risparmia più denaro di quanto servirebbe per mantenere costante k ($s'y > (n+d)k \rightarrow \Delta k > 0$); la quantità di risparmio disponibile consente una crescita di k che tenderà ad



aumentare fino a raggiungere nel LP il livello k^{**} , ossia il nuovo stock di capitale pro-capite di equilibrio di stato stazionario (in C' abbiamo infatti l'intersezione tra retta del fabbisogno di investimento e la nuova curva del risparmio). L'equilibrio di stato stazionario quindi trasla da C a C'. I tassi di crescita del PIL pro-capite e del PIL reale di stato stazionario non varieranno dopo la variazione dell'equilibrio di stato stazionario ($\Delta y/y = 0$ e $\Delta Y/Y = n$ (n non varia)). Ciò che varia è lo stock di capitale pro-capite (da k^* a k^{**}) e di conseguenza anche lo stock di PIL pro-capite (da y^* a y^{**}). È interessante anche analizzare cosa accade nella fase di transizione dal vecchio al nuovo equilibrio di stato stazionario: $\Delta y/y > 0$ e $\Delta Y/Y > n$. Nel primo dei due grafici a fianco si rappresenta la dinamica del PIL pro-capite da t_0 (corrispondente a C) a t_1 (corrispondente a C'): la fase di transizione da t_0 a t_1 corrisponde a un $\Delta y/y > 0$; in t_1 $\Delta y/y = 0$, ma il livello del PIL pro-capite è più alto (y^{**}). Nel secondo grafico invece è raffigurato l'andamento del tasso di crescita del PIL reale: in t_0 a un valore pari ad n , poi l'aumento di s fa crescere $\Delta Y/Y$, con $\Delta Y/Y > n$ per tutta la fase di transizione; in t_1 avremo nuovamente $\Delta Y/Y = n$. Il grafico del tasso di crescita del PIL



pro-capite avrebbe un andamento analogo, ma con un intercetta pari a 0 e non a n.

Implicazioni del modello di crescita esogeno:

- Per ogni reddito pro-capite iniziale, si ha un unico equilibrio di stato stazionario: paesi con uguali tassi di risparmio, crescita della popolazione e tecnologia dovrebbero arrivare allo stesso reddito pro-capite di equilibrio di stato stazionario (**ipotesi della convergenza assoluta**) [PER PAESI CON CARATTERISTICHE STRUTTURALI IDENTICHE VALE L'IPOTESI DI CONVERGENZA ASSOLUTA; MENTRE PER PAESI CON CARATTERISTICHE STRUTTURALI DIVERSE VALE QUELLA CONDIZIONATA]. Se hanno tassi di risparmio diversi raggiungeranno livelli diversi di reddito in stato stazionario, ma avranno lo stesso tasso di crescita di stato stazionario.
- In stato stazionario y e k sono costanti, quindi Y e K crescono allo stesso tasso di N ($\Delta Y/Y = \Delta K/K = \Delta N/N = n$) che è un **tasso di crescita esogeno**. Il tasso di risparmio, invece, se aumenta, nel BP (cioè nella fase di transizione da un equilibrio di stato stazionario a un altro) fa aumentare il tasso di crescita della produzione, ma non influisce sul tasso di crescita di LP della produzione, facendo solo aumentare il valore (livello) di stato stazionario del capitale pro-capite e quindi del PIL pro-capite.
- Un aumento del tasso di crescita della popolazione n , fa aumentare il coefficiente angolare della retta del fabbisogno di investimento, facendola diventare più ripida (si sposta a sx); fa diminuire quindi i valori di stato stazionario di k e y , e fa, invece, aumentare il tasso di crescita di stato stazionario del PIL reale, mentre il tasso di crescita del PIL pro-capite rimane uguale. Nella fase di transizione dal vecchio al nuovo equilibrio di stato stazionario $\Delta Y/Y < n'$ e questo spiega perché il PIL pro-capite alla fine è diminuito.

2. La risposta corretta è la B. La funzione di produzione aggregata offre una relazione quantitativa fra input e output così espressa: $Y = AF(N, K)$, quindi il prodotto (Y), dipende positivamente dalla quantità di input e dal progresso tecnologico A . Il tasso di crescita o di variazione percentuale della produzione dipende dal tasso di crescita degli input e dal tasso di crescita della tecnologia secondo l'equazione di contabilità della crescita:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = (1 - \theta) \frac{\Delta N}{N} + \theta \frac{\Delta K}{K} + \frac{\Delta A}{A}$$

dove θ e $(1-\theta)$, rappresentano le quote di reddito (parte del prodotto totale che serve a remunerare il fattore divisa per il PIL) che vanno rispettivamente al capitale e al lavoro, mentre $\Delta A/A$ è il tasso di crescita del progresso tecnologico (della produttività) ed è anche detto residuo di Solow, tasso di crescita del PIL reale che residua, ossia che non viene spiegata dai tassi di crescita dei fattori produttivi.

3. La risposta corretta è la A. Sulla base dell'ipotesi della convergenza assoluta, paesi con uguali tassi di risparmio, crescita della popolazione e tecnologia dovrebbero arrivare nel LP allo stesso reddito pro-capite di equilibrio stazionario: quindi, i paesi oggi più lontani dallo stato, crescono nel BP a tassi più elevati (vedi domanda 3).